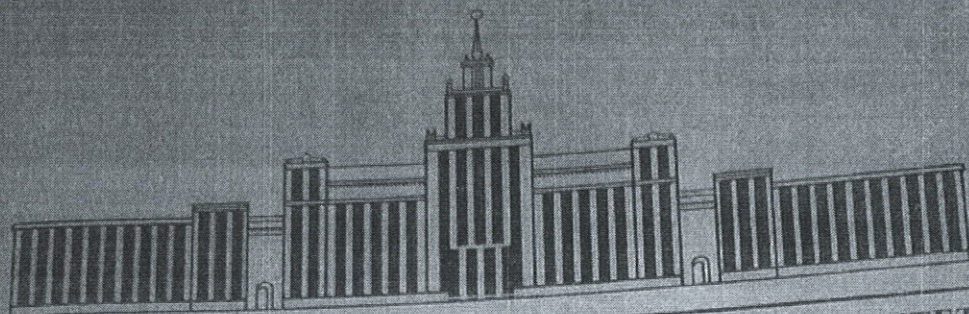


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

537(07)
Е702

В.Е. Еремяшев, В.А. Алексеев

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Руководство к решению задач

Челябинск
2013

3. Электрический ток в газах и жидкостях

Пример 3.1

Условие

Найти сопротивление трубки длиной 84 см и площадью поперечного сечения 5 мм², если она заполнена воздухом, ионизированным так, что в единице объема при равновесии находится 10^{13} м⁻³ однозарядных ионов каждого знака. Подвижность положительных ионов равна $1,3 \cdot 10^{-4}$ м²/В·с, подвижность отрицательных ионов равна $1,8 \cdot 10^{-4}$ м²/В·с. Разность потенциалов на концах трубки 1 В.

Дано:

$$U = 1 \text{ В}$$

$$l = 84 \text{ см}$$

$$S = 5 \text{ мм}^2$$

$$n = 10^{13} \text{ м}^{-3}$$

$$b_+ = 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$$

$$b_- = 1,8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$$

$$R = ?$$

Запишем закон Ома:

Решение

$$R = \frac{U}{I}, \quad (3.1)$$

где R – сопротивление трубки, U – напряжение, I – сила тока. Плотность электрического тока определяется выражениями:

$$j = \frac{I}{S} \quad (3.2)$$

$$j = qn(b_+ + b_-)E, \quad (3.3)$$

где S – площадь поперечного сечения трубки; q – заряд носителя тока (иона), n – число пар ионов каждого знака в единице объема, b_+ и b_- – подвижность ионов каждого знака, E – модуль напряженности электрического поля.

Напряженность электрического поля можно найти, используя связь напряженности и разности потенциалов для однородного поля:

$$E = \frac{U}{d}, \quad (3.4)$$

где $d = l$ – расстояние, отсчитанное вдоль силовой линии поля, в данном случае равное длине трубки с ионизированным воздухом.

Подставим (3.4) в (3.3):

$$j = qn(b_+ + b_-) \frac{U}{l}. \quad (3.5)$$

Приравняем правые части выражений (3.5) и (3.2):

$$\frac{I}{S} = \frac{qn(b_+ + b_-)U}{l}. \quad (3.6)$$

Выразим из (3.6) силу тока I :

$$I = \frac{qn(b_+ + b_-)US}{l}. \quad (3.7)$$

Подставим (3.7) в (3.8):

$$R = \frac{1.7}{m(d + d_0) \cdot S} \quad (3.8)$$

Проверка размерности:

$$[R] = \left[\frac{\text{м} \cdot \text{В} \cdot \text{с}}{\text{Ку} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м}^2} \right] = \frac{\text{В}}{\text{А}} = \text{Ом}$$

Переводим в систему СИ:

$$l = 84 \text{ см} = 84 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$S = 5 \text{ мм}^2 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2;$$

$q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ – так как по условию ионы однозарядные.

Подстановка чисел в (3.8):

$$R = \frac{1.84 \cdot 10^{-2}}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{18} (1.3 \cdot 10^{-4} + 1.8 \cdot 10^{-4}) \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 3.4 \cdot 10^{14} \text{ Ом}$$

Ответ: $R = 3.4 \cdot 10^{14} \text{ Ом}$.

Пример 3.2

Условие:

При электролизе медного купороса за один час выделилось 0,5 г меди. Площадь каждого электрода 75 см². Найти плотность тока.

Дано:

$$t = 1 \text{ ч}$$

$$m = 0.5 \text{ г}$$

$$S = 75 \text{ см}^2$$

$$j = ?$$

Плотность тока,

Решение

$$j = \frac{I}{S}, \quad (3.9)$$

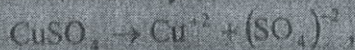
где I – сила тока, S – площадь поперечного сечения электрода.

Массу вещества, выделяющегося на электродах, определяет объединенный закон Фарадея для электролиза:

$$m = \frac{A}{Fn} It, \quad (3.10)$$

где m – масса выделяющегося вещества, A – атомарная масса, $F = 96485 \frac{\text{Кл}}{\text{моль}}$ – постоянная Фарадея, n – валентность вещества, t – время электролиза.

По условию происходит электролиз медного купороса, для которого уравнения электролитической диссоциации будет иметь вид:



т.е. валентность меди в данном случае $n = +2$.

Выразим из (3.10) силу тока I :

$$I = \frac{mFn}{At} \quad (3.11)$$

Подставим (3.11) в (3.9):

$$j = \frac{mFv}{4\pi S}$$

Проверка размерности:

$$[j] = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{Кл} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{кг} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^2} \right] = \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$$

Перевод в систему СИ:

$$t = 1 \text{ ч} = 3600 \text{ с};$$

$$m = 0,5 \text{ г} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ кг};$$

$$S = 75 \text{ см}^2 = 75 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$A = 63,5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} - \text{из таблицы Менделеева}$$

$$\text{Подстановка чисел: } j = \frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot 96485 \cdot 2}{63,5 \cdot 3600 \cdot 75 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-2}} = 56 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$$

$$\text{Ответ: } j = 56 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$$

Задания для самостоятельной работы

1. Азот ионизируется рентгеновскими лучами. Определить проводимость азота, если в каждом кубическом сантиметре газа находится в условиях динамического равновесия 10^7 пар ионов. Подвижность положительных ионов равна $1,27 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, отрицательных — $1,81 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$.
2. Воздух между плоскими электродами ионизационной камеры ионизируется рентгеновскими лучами. Сила тока, текущего через камеру, равна $1,2 \cdot 10^{-6} \text{ А}$. Площадь каждого электрода 300 см^2 , расстояние между ними 2 см , разность потенциалов 100 В . Определить концентрацию пар ионов между пластинами, если ток далек от насыщения. Подвижность положительных ионов равна $1,4 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, отрицательных — $1,9 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$. Заряд ионов равен по модулю элементарному заряду.
3. Объем газа, заключенного между электродами ионизационной камеры, равен $0,5 \text{ л}$. Газ ионизируется рентгеновскими лучами. Сила тока насыщения равна $4 \cdot 10^{-9} \text{ А}$. Сколько пар ионов образуется в 1 см^3 газа? Заряд ионов равен по модулю элементарному заряду.
4. В ионизационной камере, расстояние между плоскими электродами которой 5 см , проходит ток насыщения плотностью $1,6 \cdot 10^{-9} \text{ А/см}^2$. Определить число пар ионов, образующихся в каждом кубическом сантиметре пространства камеры в 1 с .
5. В атмосферном воздухе в среднем содержится 700 пар ионов на 1 см^3 . Подвижность положительных ионов равна $1,4 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, отрицательных — $1,9 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$. Определить плотность вертикального тока, если напряженность

электрического поля Земли 130 В/см. Считать заряды ионов равными по модулю заряду электрона.

6. Какова сила тока насыщения при несамостоятельном газовом разряде, если ионизатор каждую секунду образует 10^{10} пар ионов в одном кубическом сантиметре, площадь каждого из двух плоских параллельных электродов 100 см^2 и расстояние между ними 5 см ?

7. При каком расстоянии между пластинами, площадью 100 см^2 каждая, установится сила тока насыщения равная 10^{-10} А , если ионизатор образует в объеме 1 см^3 газа $12,5 \cdot 10^9$ пар ионов за 1 с ?

8. При силе тока 5 А за время 10 мин в электролитической ванне выделилось $1,02 \text{ г}$ двухвалентного металла. Определить его относительную атомную массу.

9. Сила тока, проходящего через электролитическую ванну с раствором медного купороса, равномерно возрастает в течение времени 20 с от 0 до 2 А . Найти массу меди, выделившейся за это время на катоде ванны.

10. Определить количество вещества двухвалентного металла, отложившееся на катоде электролитической ванны, если через раствор в течение 5 мин шёл ток силой 2 А .

11. Сколько атомов двухвалентного металла выделится на 1 см^2 поверхности электрода за время 5 мин при плотности тока 10 А/м^2 ?

12. Определить количество меди, отложившейся на катоде электролитической ванны, если через раствор в течение 5 мин шёл ток силой 2 А .

13. Медь выделяется из раствора CuSO_4 при напряжении 10 В . Найти энергию, необходимую для получения меди массой 1 кг (без учёта потерь).

14. При электролизе воды через ванну прошёл заряд равный 1000 Кл . Какова температура выделившегося кислорода, если он находился в объёме $0,25 \text{ л}$ под давлением 129 кПа ?

15. Ток какой силы должен проходить через раствор электролита, чтобы за 1 мин разлагался 1 г воды? Каков объём выделившегося при этом гремучего газа (гремучий газ – смесь 2 H_2 и O_2)?

16. Шарик радиусом 3 см покрывается никелем в течение 5 часов при силе тока $0,3 \text{ А}$. Определить толщину слоя никеля.

17. При какой плотности тока в растворе азотнокислого серебра (AgNO_3) толщина отложившегося слоя серебра растёт со скоростью 1 мм/ч ?

18. Какая мощность расходуется на нагревание раствора азотнокислого серебра (AgNO_3), если за 6 часов из него выделяется в процессе электролиза серебро массой 120 г ? Сопротивление раствора $1,2 \text{ Ом}$.

19. При никелировании пластины её поверхность покрывается слоем никеля толщиной $0,05 \text{ мм}$. Определите среднюю плотность тока, если никелирование продолжалось $2,5 \text{ ч}$.

20. Электролиз раствора сернокислого никеля (NiSO_4) протекает при плотности тока $0,15 \text{ А/дм}^2$. Сколько атомов никеля выделится за 2 минуты на катоде площадью 1 см^2 ?

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

4. Магнитное поле проводников с током

Пример 4.1

Условие

Найти напряжённость магнитного поля, создаваемого отрезком AB прямолинейного проводника с током, в точке C , расположенной на перпендикуляре к середине этого отрезка на расстоянии 5 см от него (рис. 4.1). По проводнику течёт ток 20 А. Отрезок AB видим из точки C под углом 60° .

Дано:

$$I = 20 \text{ А}$$

$$AD = DB = \frac{AB}{2}$$

$$d = 5 \text{ см}$$

$$\angle ACB = 60^\circ$$

$$H = ?$$

Решение

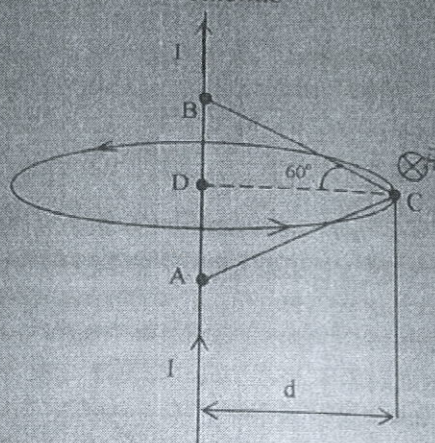


Рис. 4.1

Направление силовых линий поля связано с направлением тока в проводнике правилом «правого винта». Вектор \vec{H} направлен по касательным к ним. Изобразим проводник, силовую линию и вектор \vec{H} на рис. 4.1. Величину вектора \vec{H} находят по закону Био – Савара – Лапласа. Для прямого провода с током конечной длины

$$H = \frac{I}{4\pi d} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (4.1)$$

где I – сила тока в проводнике, d – кратчайшее расстояние от провода до той точки, где находят H , α_1 и α_2 – углы между единичными векторами $d\vec{l}$, указывающими направление тока и вектором \vec{r} , проведённым из начала вектора $d\vec{l}$ в ту точку, где определяют напряжённость, в начале и в конце отрезка соответственно, т.е. $\alpha = d\vec{l} \vec{r}$. Изобразим эти векторы и углы на рис. 4.2.

Так как по условию DC – это перпендикуляр к середине отрезка AB , то $BD = DA = \frac{AB}{2}$ и углы $\angle ADC$ и $\angle BDC$ равны 90° , а углы $\angle BCD$ и $\angle ACD$ будут

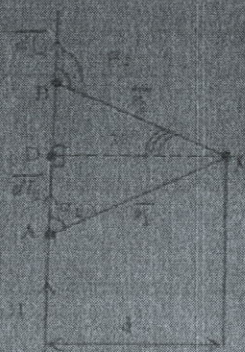


Рис. 4.2

Ответ: $H = 32 \text{ А/м}$.

равны половине угла $\angle ACB$, т.е. 30° , значит, углы $\angle BAC$ и $\angle ABC$ будут по 60° .

Таким образом,

$$\alpha = \angle BAC = 60^\circ \text{ и } \beta = 180^\circ - \angle ABC = 120^\circ$$

Подставим эти значения в (4.1):

$$H = \frac{I}{4\pi d} (\cos 60^\circ - \cos 120^\circ), \quad (4.2)$$

где H — напряжённость магнитного поля, создаваемого отрезком AB в точке C .

Перевод в систему СИ:

$$d = 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

Подстановка чисел в выражение (4.2):

$$H = \frac{20}{4 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \left(\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2} \right) \right) = 32 \text{ А/м}$$

Пример 4.2

Найти величину и направление напряжённости и индукции магнитного поля в точке A (рис. 4.3). Сила кругового тока I А, сила прямого тока 2 А. Радиус витка 1 м. Расстояние от центра витка до прямого проводника с током $1,5$ м.

Дано:

$$I_1 = 1 \text{ А}$$

$$I_2 = 2 \text{ А}$$

$$R = 1 \text{ м}$$

$$d = 1,5 \text{ м}$$

$$\vec{H} = ?$$

$$\vec{B} = ?$$

Решение

Направление силовых линий магнитного поля связано с направлением тока в проводнике правилом «правого винта». Векторы \vec{H} и \vec{B} направлены по касательной к ним. На рис. 4.4 показаны направления этих векторов, определённые по данному правилу.

Если магнитное поле создано системой проводников с током, то результирующая напряжённость и магнитная индукция находятся по принципу суперпозиции:

$$\vec{H}_p = \sum \vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2; \quad (4.3)$$

$$\vec{B}_p = \sum \vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2. \quad (4.4)$$

При этом $\vec{B}_p = \mu \mu_0 \vec{H}_p$, где μ — магнитная проницаемость среды (для воздуха $\mu = 1$), $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ — магнитная постоянная. Из этого выражения видно, что вектора \vec{H} и \vec{B} всегда сонаправлены. Тогда для нашей задачи направление векторов \vec{H} и \vec{B} в точке A соответствует указанному на рисунке 4.4.

Величину векторов напряжённости и магнитной индукции определяют по закону Био — Савара — Лапласа. Для прямого бесконечно длинного провода

$$H_{np} = \frac{I}{2\pi d}, \quad (4.5)$$

где I – сила тока в проводе, d – кратчайшее расстояние от провода до той точки, где определяют H .

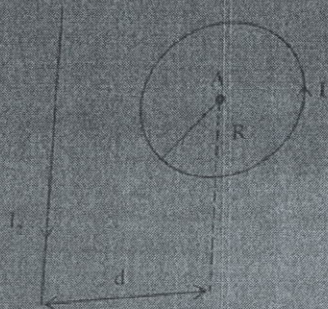


Рис. 4.3

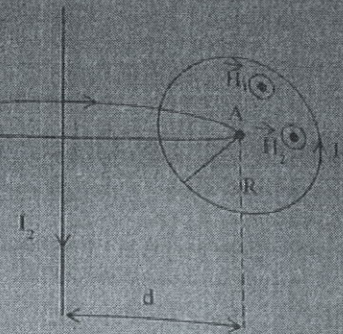


Рис. 4.4

Для кругового тока в центре витка

$$H_{кр} = \frac{I}{2R}, \quad (4.6)$$

где I – сила тока в витке; R – радиус витка. Тогда с учётом выражений (4.5) и (4.6) для нашей задачи получим:

$$H_1 = \frac{I_1}{2R}; \quad (4.7)$$

$$H_2 = \frac{I_2}{2\pi d}. \quad (4.8)$$

Спроектируем выражение (4.3) на ось X, направленную к нам (рис. 4.5):

$$H_p = H_1 + H_2. \quad (4.9)$$



Рис. 4.5

Подставим (4.7) и (4.8) в (4.9) и найдем результирующую напряжённость в точке А.

$$H_p = \frac{I_1}{2R} + \frac{I_2}{2\pi d} \quad (4.10)$$

Подстановка чисел в (9):

$$H_p = \frac{1}{2 \cdot 1} + \frac{2}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,5} = 0,7 \text{ А/м.}$$

Результирующая магнитная индукция $B_p = \mu_0 H_p$
 $B_p = 1,4 \cdot 10^{-7} \cdot 0,7 = 8,8 \cdot 10^{-8} \text{ Тл}$

Отвст. $H_p = 0,7 \frac{\text{А}}{\text{м}}$; $B_p = 8,8 \cdot 10^{-8} \text{ Тл}$

Задания для самостоятельной работы

Найти величину и направление напряжённости H и индукции B магнитного поля в точке A . Конфигурации систем проводников для вариантов 1-20 представлены на рис. 4.6.1-4.6.20. Исходные данные вариантов указаны в табл. 2

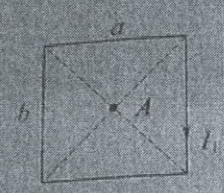


Рис. 4.6.1

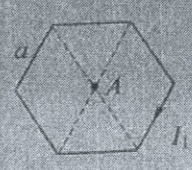


Рис. 4.6.2

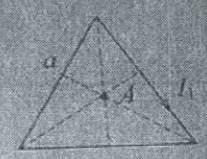


Рис. 4.6.3

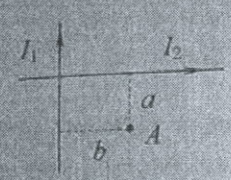


Рис. 4.6.4

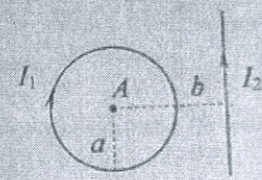


Рис. 4.6.5

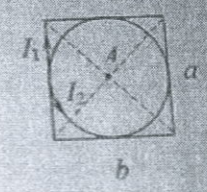


Рис. 4.6.6

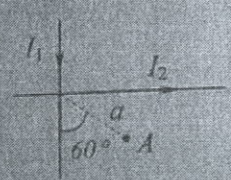


Рис. 4.6.7

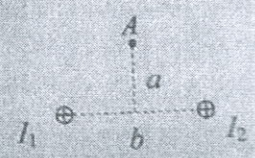


Рис. 4.6.8

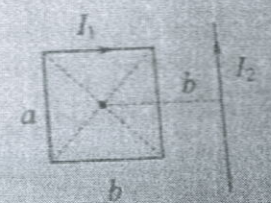


Рис. 4.6.9

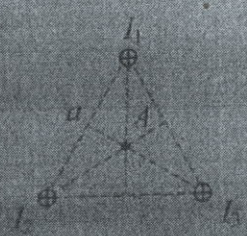


Рис. 4.6.10

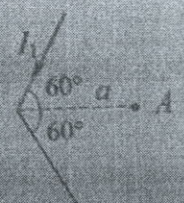


Рис. 4.6.11

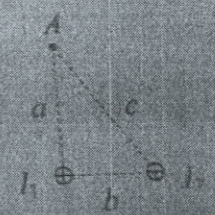


Рис. 4.6.12

