

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

53.7(07)
Б.703

В.Е. Еремяшев, В.А. Алексеев

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Учебное пособие для самостоятельной работы студентов

Челябинск

2011

1. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА

Пример 1.1

Условие
В четырех вершинах квадрата со стороной 0,5 м находятся четыре одинаковых по модулю заряда $3 \cdot 10^{-9}$ Кл каждый. Заряды Q_1 и Q_2 отрицательные, а Q_3 и Q_4 положительные (рис. 1.1).

Найти:

- 1) напряженность и потенциал электрического поля системы зарядов в точке А;
- 2) работу по перемещению протона из точки А в точку В в электростатическом поле системы зарядов.

Дано:

$$Q_1 = -3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$Q_2 = -3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$Q_3 = 3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$Q_4 = 3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$a = 0,5 \text{ м}$$

$$E = ?; F = ?; A = ?;$$

$$\varphi = ?$$

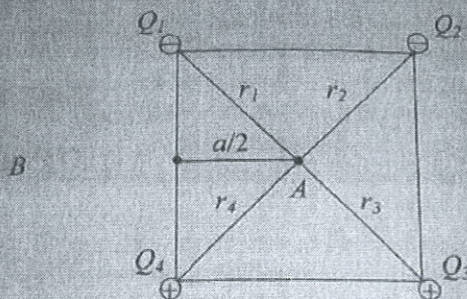


Рис. 1.1

Решение

Если электростатическое поле создано системой электрических зарядов, то результирующие напряженность и потенциал в любой точке этого поля находятся по принципу суперпозиции: E

$$\vec{E}_p = \sum \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n; \quad (1.1)$$

$$\varphi_p = \sum \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n. \quad (1.2)$$

Найдем результирующую напряженность в точке А. В данной задаче четыре точечных заряда, следовательно,

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4. \quad (1.3)$$

Изобразим эти векторы в точке А (рис. 1.2). Напряженность поля точечного заряда находится по формуле

$$E_{т.з} = k \frac{|q|}{r^2}, \quad (1.4)$$

где k — коэффициент пропорциональности в системе СИ,

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0}, \quad (1.5)$$

$|q|$ — модуль заряда, создающего электрическое поле, r — расстояние от заряда до точки, в которой определяется напряженность, ϵ — диэлектрическая проницаемость среды; $\epsilon = 1$ для воздуха и вакуума, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная.

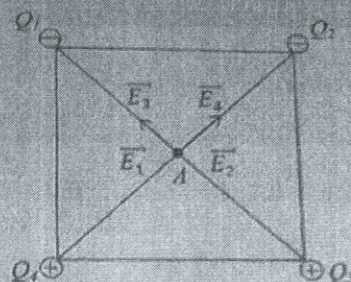


Рис. 1.2

По условию

$$|q_1| = |q_2| = |q_3| = |q_4|, \quad (1.6)$$

а также

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4, \quad (1.7)$$

так как заряды находятся в вершинах квадрата, а точка А — в его центре. Из рис. 1.1 по теореме Пифагора

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a}{\sqrt{2}},$$

где a — сторона квадрата. Из (1.4), (1.6) и (1.7) следует, что $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = |\vec{E}_3| = |\vec{E}_4|$ — модули векторов напряженности. Найдем геометрическую сумму векторов (рис. 1.3):

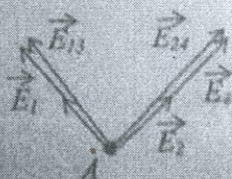


Рис. 1.3

$$\vec{E}_{13} = \vec{E}_1 + \vec{E}_3; \quad (1.8)$$

$$\vec{E}_{24} = \vec{E}_2 + \vec{E}_4.$$

Векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_3 , \vec{E}_2 и \vec{E}_4 попарно со направлены отсюда скалярный вид данных выражений:

$$\left. \begin{aligned} E_{13} &= E_1 + E_3 = 2E_1 \\ E_{24} &= E_2 + E_4 = 2E_2 \end{aligned} \right\} \rightarrow E_{13} = E_{24} = 2E_1. \quad (1.9)$$

Результирующий вектор напряженности в точке А: $E_p = E_{13} + E_{24}$ (рис. 1.4).
 Модуль вектора E_p найдем по теореме Пифагора, так как E_{13} перпендикулярен E_{24} (эти векторы направлены по диагоналям квадрата).

$$E_p = \sqrt{E_{13}^2 + E_{24}^2} = E_{13} \sqrt{2} \quad (1.10)$$

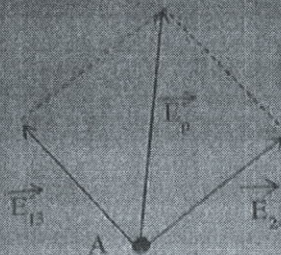


Рис. 1.4

С учетом (1.9)

$$E_p = 2\sqrt{2}E_1, \quad (1.11)$$

с учетом (1.4) и (1.11) модуль результирующего вектора напряженности в точке А

$$E_p = 2\sqrt{2} \frac{1|q_1|}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 1|q_1|2}{a^2 4\pi\epsilon_0} = \sqrt{2} \frac{|q_1|}{\pi\epsilon_0 a^2},$$

$$E_p = \sqrt{2} \frac{3 \cdot 10^{-9}}{3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,5^2} = 611 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Найдем результирующий потенциал в точке А:

$$\varphi_p = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4. \quad (1.12)$$

Потенциал поля точечного заряда

$$\varphi_{T.3} = k \frac{q}{r}. \quad (1.13)$$

Тогда результирующий потенциал А с учетом (1.8) и (1.13)

$$\varphi_p = k \frac{q_1}{r} + k \frac{q_2}{r} + k \frac{q_3}{r} + k \frac{q_4}{r} = 0, \quad (1.14)$$

так как $\varphi_1 = \varphi_2 < 0$, а $\varphi_3 = \varphi_4 > 0$.

Найдем силу, действующую на протон и электрон в точке А:

$$F_{эл} = Eq. \quad (1.15)$$

Это электрическая сила, действующая со стороны электростатического поля на заряд, помещенный в это поле.

Тогда сила, действующая на протон
сила, действующая на электрон

$$F_n = E_p q_n \quad (1.16)$$

$$F_e = E_n q_e \quad (1.17)$$

$|q_n| = |q_e|$, но $q_n > 0$, а $q_e < 0 \rightarrow |F_n| = |F_e|$, но направления сил противоположно друг другу (рис. 1.5):

$$|F_n| = |F_e| = 611 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \approx 978 \cdot 10^{-19} \text{ Н.}$$

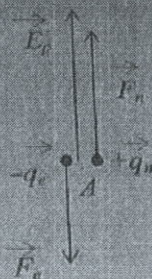


Рис. 1.5

Найдем работу по перемещению протона из точки А в точку В:

$$A = -q\Delta\varphi = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1.18)$$

Для нашей задачи

$$A = -q_n(\varphi_A - \varphi_B). \quad (1.19)$$

Результирующий потенциал в точке А найден и равен 0.

Найдем результирующий потенциал в точке В:

$$\varphi_B = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4$$

— по признаку суперпозиции.

Из рис. 1.1

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \frac{a}{2} \\ r_4 &= \frac{a}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \varphi_1 + \varphi_4 = 0;$$

$$Q_4 = -Q_1.$$

Из рис. 1.6

$$\left. \begin{aligned} r_2 &= r_3 \\ Q_4 &= -Q_1 \end{aligned} \right\} \rightarrow \varphi_2 + \varphi_3 = 0.$$

Таким образом результирующий потенциал в точке В

$$\varphi_p = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0.$$

Следовательно $A = q_n(\varphi_A + \varphi_B) = 0$.

Ответ: $E_p = 611 \text{ В/м}$; $\varphi_p = 0$; $|F_n| = |E_p| = 978 \cdot 10^{-19} \text{ Н}$; $A = 0$.

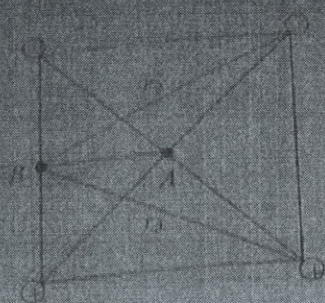


Рис. 1.6

Пример 1.2

Условие
В четырех вершинах правильного шестиугольника со стороной 0,5 м находятся четыре точечных электрических заряда $Q_1 = -20$ мкКл, $Q_2 = 10$ мкКл, $Q_3 = 10$ мкКл, $Q_4 = -10$ мкКл (рис. 1.7).

Найти:

- 1) напряженность и потенциал электрического поля системы зарядов в точке А и силу, действующую на электрон и протон в этой точке;
- 2) работу по перемещению протона из точки А в точку В в электростатическом поле системы зарядов.

Дано:

- $Q_1 = -2 \cdot 10^{-5}$ Кл
- $Q_2 = 10^{-5}$ Кл
- $Q_3 = 10^{-5}$ Кл
- $Q_4 = -10^{-5}$ Кл
- $a = 0,5$ м

$B = ?$; $F = ?$; $A = ?$;
 $\phi_p = ?$

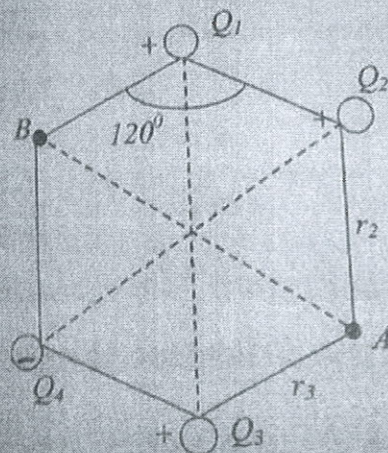


Рис. 1.7

Решение

Если электростатическое поле создано системой электрических зарядов, то результирующие напряженность и потенциал в любой точке этого поля находятся по принципу суперпозиции:

$$\vec{E}_p = \sum \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$

$$\varphi_p = \sum \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n$$

Найдем результирующую напряженность в точке А. В данной задаче четыре точечных заряда, следовательно,

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$$

Напряженность поля точечного заряда находится по формуле

$$E_{r,2} = k \frac{|q|}{r^2},$$

где k — коэффициент пропорциональности в системе СИ,

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0},$$

$|q|$ — модуль заряда, создающего электрическое поле, r — расстояние от заряда до точки, в которой определяется напряженность; ϵ — диэлектрическая проницаемость среды; $\epsilon = 1$ для воздуха и вакуума, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная.

По условию:

$$\left. \begin{array}{l} q_2 = q_3 \\ r_2 = r_3 = a \end{array} \right\} \rightarrow E_2 = E_3 = k \frac{|q_3|}{a^2} \quad (1.20)$$

По теореме косинусов из рис. 1.8 расстояние от Q_1 до точки А

$$r_1 = \sqrt{a^2 + a^2 - 2a^2 \cos 120^\circ} = a\sqrt{3}, \quad (1.21)$$

расстояние от Q_4 до точки А

$$r_4 = \sqrt{a^2 + a^2 - 2a^2 \cos 120^\circ} = a\sqrt{3} = r_1. \quad (1.22)$$

Тогда

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{12\pi\epsilon_0 a^2}; \quad (1.23)$$

$$E_4 = k \frac{|q_4|}{12\pi\epsilon_0 a^2}; \quad (1.24)$$

Из условия и выражений (1.20), (1.23) и (1.24) видно, что в отличие от пример 1, в данной задаче для нахождения результирующей напряженности в точке удобнее применить метод проекций векторов на оси координат. Изобразим эти векторы напряженности (рис. 1.8):

$$E_2 = E_3 = 1,5 E_1 = 3 E_4. \quad (1.25)$$

Найдем проекции всех векторов на оси Оу и Ох (рис. 1.9).

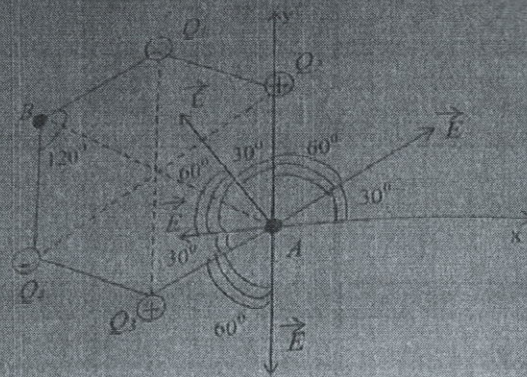


Рис. 1.8

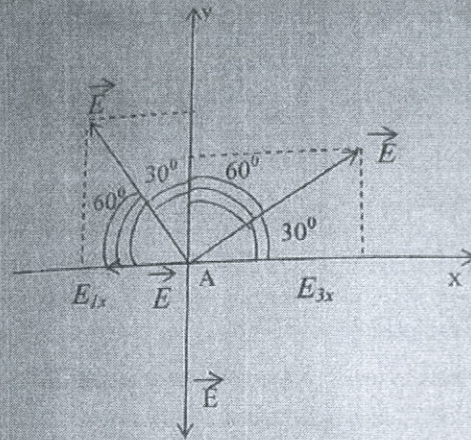


Рис. 1.9

С учетом (1.20) и (1.26) проекция на ось Oy

$$\begin{aligned} E_{py} &= E_1 \cos 30^\circ + E_3 \cos 60^\circ - E_2 + 0 = \\ &= \frac{E_3 \cdot 0,87}{1,5} + \frac{E_3}{2} - E_3 = 8 \cdot 10^{-2} E_3 = \frac{8 \cdot 10^{-2} |q_3|}{4\pi\epsilon_0 a^2}, \end{aligned} \quad (1.26)$$

на ось Ox:

$$\begin{aligned} E_{px} &= -E_1 \cos 60^\circ + E_3 \cos 30^\circ - E_2 + 0 - E_4 = \\ &= \frac{E_3}{3} + E_3 \cdot 0,87 - \frac{E_3}{3} = 0,2 E_3 = \frac{0,2 |q_3|}{4\pi\epsilon_0 a^2}, \end{aligned} \quad (1.27)$$

Модуль вектора результирующей напряженности найдем с помощью рис. 1.10 и теоремы Пифагора.

$$E_p = \sqrt{E_{p_x}^2 + E_{p_y}^2} \quad (1.28)$$

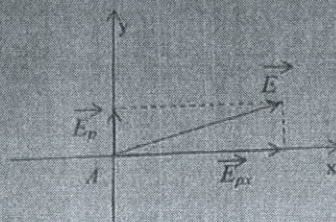


Рис. 1.10

Подставим (1.26) и (1.27) в (1.28), модуль вектора результирующей напряженности в точке А

$$E_p = \sqrt{\frac{64 \cdot 10^{-4} q_3^2}{16 \pi^2 \epsilon_0^2 a^4} + \frac{4 \cdot 10^{-2} q_3^2}{16 \pi^2 \epsilon_0^2 a^4}} = \frac{q_3}{4 \pi \epsilon_0 a^2} \sqrt{64 \cdot 10^{-4} + 4 \cdot 10^{-2}} = \frac{q_3}{4 \pi \epsilon_0 a^2} \sqrt{4,64 \cdot 10^{-2}}, \quad (1.29)$$

$$E_p = \frac{10^{-5}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,5^2} \sqrt{4,64 \cdot 10^{-2}} = 77,5 \cdot 10^3 \text{ В/м.}$$

Найдем результирующий потенциал в точке А:

$$\varphi_p = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4. \quad (1.30)$$

Потенциал поля точечного заряда

$$\varphi_{T.3} = k \frac{q}{r},$$

$$\left[\begin{matrix} Q_2 \\ r_2 \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} Q_3 \\ r_3 \end{matrix} \right] \rightarrow \varphi_2 = \varphi_3,$$

тогда результирующий потенциал в точке А

$$\begin{aligned} \varphi_{pA} &= \frac{q_1}{4 \pi \epsilon_0 r_1} + \frac{q_2}{4 \pi \epsilon_0 r_2} + \frac{q_3}{4 \pi \epsilon_0 r_3} + \frac{q_4}{4 \pi \epsilon_0 r_4} = \frac{q_1}{4 \pi \epsilon_0 a \sqrt{3}} + \frac{2q_2}{4 \pi \epsilon_0 a} + \frac{q_4}{4 \pi \epsilon_0 a \sqrt{3}} = \\ &= \frac{1}{4 \pi \epsilon_0 a} \left(\frac{q_1}{\sqrt{3}} + 2q_2 + \frac{q_4}{\sqrt{3}} \right), \end{aligned}$$

$$\varphi_{pA} = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,5} \left(-\frac{2 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{3}} + 2 \cdot 10^{-5} - \frac{10^{-5}}{\sqrt{3}} \right) = 48,2 \cdot 10^3 \text{ В.}$$

Найдем электрическую силу, действующую со стороны электростатического поля на заряд, помещенный в это поле в точке А:

$$F_{эп} = E q, \quad (1.31)$$

тогда сила, действующая на протон,
сила, действующая на электрон.

$$F_A = E_p q_p$$

(1.32)

$$F_e = E_p q_e$$

(1.33)

$|q_p| = |q_e|$, но $q_p > 0$, а $q_e < 0 \rightarrow |\vec{F}_p| = |\vec{F}_e|$, но направление сил противоположно друг другу (рис. 1.11).

$$|\vec{F}_p| = |\vec{F}_e| = 77.5 \cdot 10^3 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} = 124 \cdot 10^{-16} \text{ Н.}$$

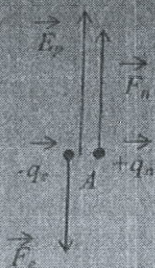


Рис. 1.11

Найдем работу по перемещению протона из точки А в точку В:

$$A = -q \Delta \varphi = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Для нашей задачи

$$A = -q_p (\varphi_A - \varphi_B).$$

Результирующий потенциал в точке А найден. Найдем результирующий потенциал в точке В:

$$\varphi_B = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4$$

— по признаку суперпозиции.

Из рис. 1.12 видно: $r_1 = a$; $r_2 = a\sqrt{3}$; $r_3 = a\sqrt{3}$; $r_4 = a$.

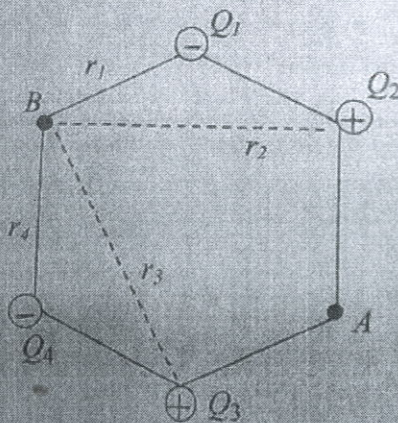


Рис. 1.12

Решение: найдем потенциал в точке В:

$$\varphi_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_{1B}} + \frac{q_2}{r_{2B}} + \frac{q_3}{r_{3B}} + \frac{q_4}{r_{4B}} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{a} + \frac{q}{a} + \frac{q}{a} + \frac{q}{a} \right) = \frac{4q}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{q}{\pi\epsilon_0 a}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_{1B}^2} + \frac{q_2}{r_{2B}^2} + \frac{q_3}{r_{3B}^2} + \frac{q_4}{r_{4B}^2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{a^2} + \frac{q}{a^2} + \frac{q}{a^2} + \frac{q}{a^2} \right) = \frac{4q}{4\pi\epsilon_0 a^2} = \frac{q}{\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$F = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot (48.2 \cdot 10^9 - 33.3 \cdot 10^9) = 6.0 \cdot 10^{-10} \text{ Н}$$

Ответ: $E = 7.5 \cdot 10^9 \text{ В/м}$; $\varphi = 48.2 \cdot 10^9 \text{ В}$; $|F| = E \cdot e = 1.24 \cdot 10^{-10} \text{ Н}$; $\mu = 6.0 \cdot 10^{-10} \text{ Дж}$.

Задача 1. Найти напряженность и потенциал электростатического поля системы зарядов в точке А и силу, действующую на электрон и протон в этой точке.

Решение: 2. Найти работу по перемещению протона из точки А в точку В в электрическом поле системы зарядов.

Конфигурация системы зарядов для вариантов представлена на рис. 1.13-1.32. Исходные данные указаны в табл. 1.

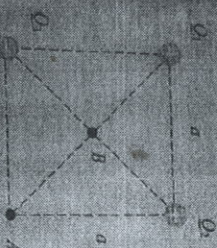


Рис. 1.13

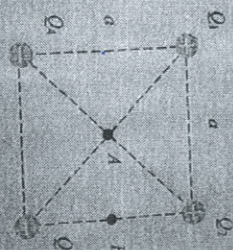


Рис. 1.14

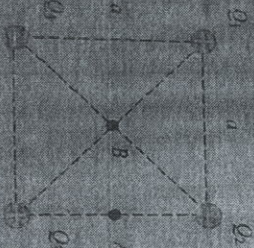


Рис. 1.15

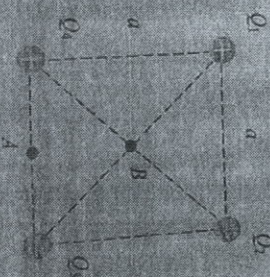


Рис. 1.16



Рис. 1.17

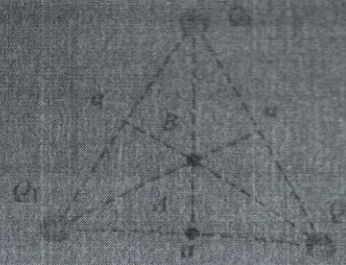


Рис. 1.18

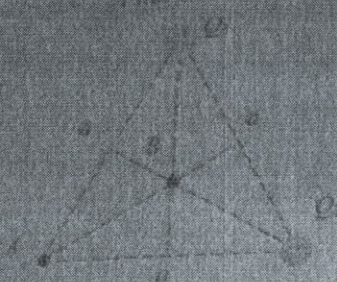


Рис. 1.19

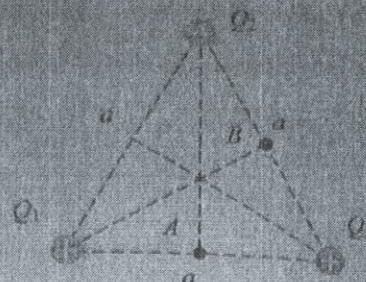


Рис. 1.20

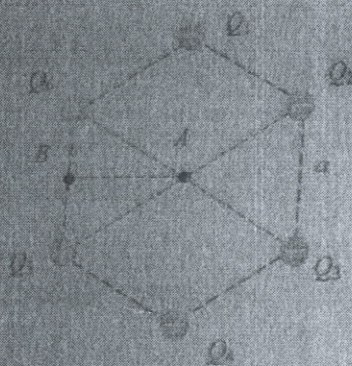


Рис. 1.21

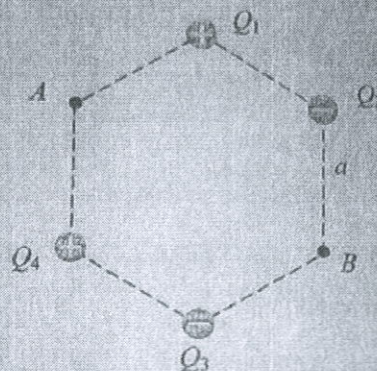


Рис. 1.22

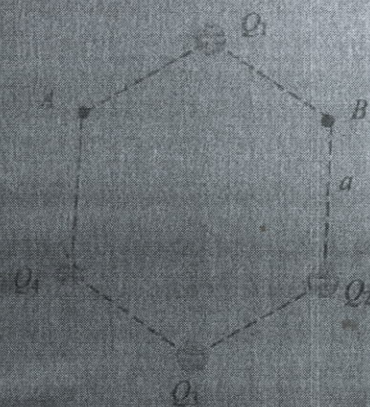


Рис. 1.23

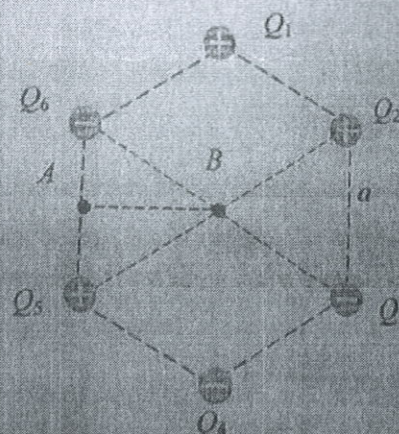
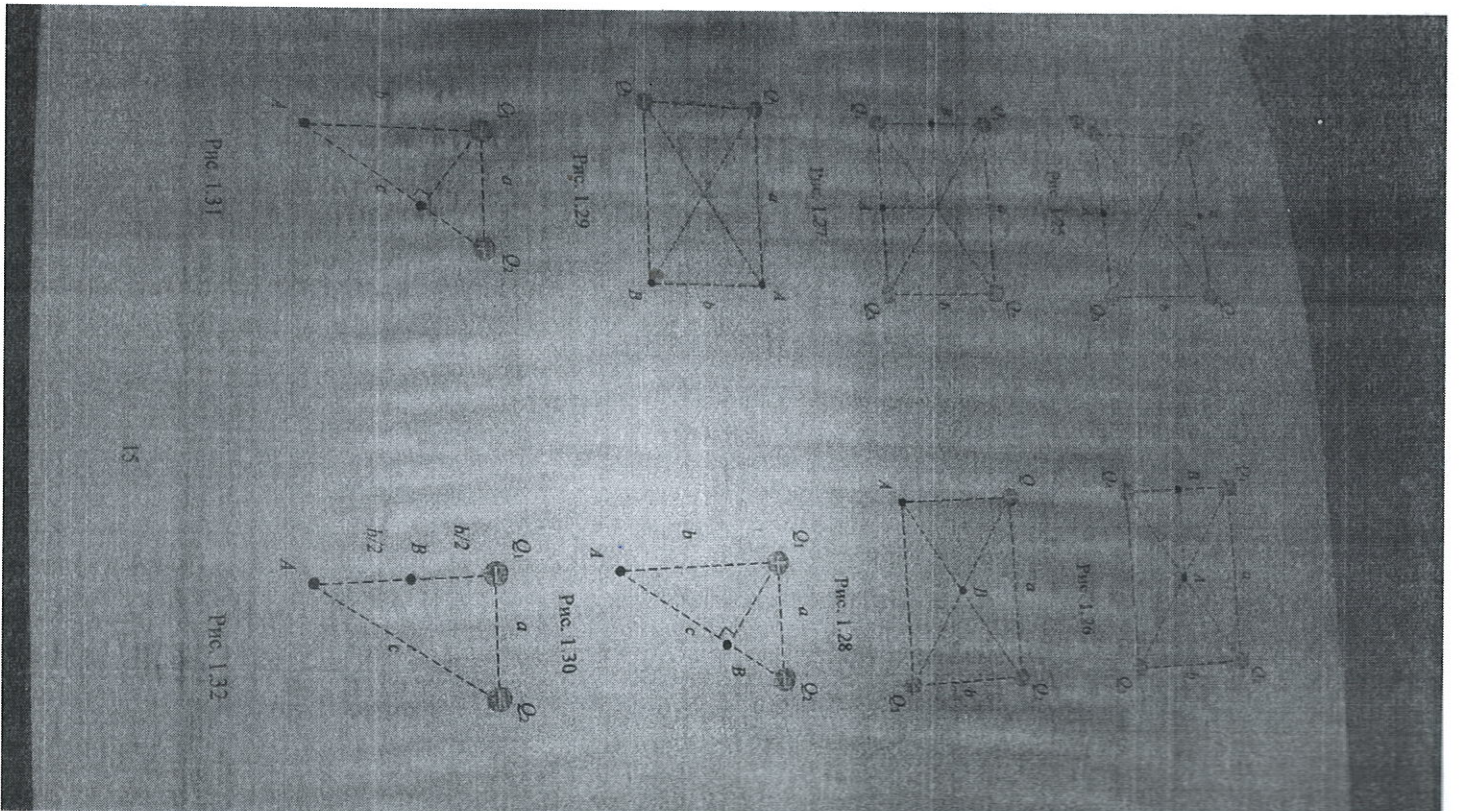


Рис. 1.24



№	Д	Q	Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄	Q ₅	Q ₆	Q ₇	Q ₈	Q ₉	Q ₁₀	Q ₁₁	Q ₁₂	Q ₁₃	Q ₁₄	Q ₁₅	Q ₁₆	Q ₁₇	Q ₁₈	Q ₁₉	Q ₂₀	Q ₂₁	Q ₂₂	Q ₂₃	Q ₂₄	Q ₂₅	Q ₂₆	Q ₂₇	Q ₂₈	Q ₂₉	Q ₃₀	Q ₃₁	Q ₃₂	Q ₃₃	Q ₃₄	Q ₃₅	Q ₃₆	Q ₃₇	Q ₃₈	Q ₃₉	Q ₄₀	Q ₄₁	Q ₄₂	Q ₄₃	Q ₄₄	Q ₄₅	Q ₄₆	Q ₄₇	Q ₄₈	Q ₄₉	Q ₅₀	Q ₅₁	Q ₅₂	Q ₅₃	Q ₅₄	Q ₅₅	Q ₅₆	Q ₅₇	Q ₅₈	Q ₅₉	Q ₆₀	Q ₆₁	Q ₆₂	Q ₆₃	Q ₆₄	Q ₆₅	Q ₆₆	Q ₆₇	Q ₆₈	Q ₆₉	Q ₇₀	Q ₇₁	Q ₇₂	Q ₇₃	Q ₇₄	Q ₇₅	Q ₇₆	Q ₇₇	Q ₇₈	Q ₇₉	Q ₈₀	Q ₈₁	Q ₈₂	Q ₈₃	Q ₈₄	Q ₈₅	Q ₈₆	Q ₈₇	Q ₈₈	Q ₈₉	Q ₉₀	Q ₉₁	Q ₉₂	Q ₉₃	Q ₉₄	Q ₉₅	Q ₉₆	Q ₉₇	Q ₉₈	Q ₉₉	Q ₁₀₀	Q ₁₀₁	Q ₁₀₂	Q ₁₀₃	Q ₁₀₄	Q ₁₀₅	Q ₁₀₆	Q ₁₀₇	Q ₁₀₈	Q ₁₀₉	Q ₁₁₀	Q ₁₁₁	Q ₁₁₂	Q ₁₁₃	Q ₁₁₄	Q ₁₁₅	Q ₁₁₆	Q ₁₁₇	Q ₁₁₈	Q ₁₁₉	Q ₁₂₀	Q ₁₂₁	Q ₁₂₂	Q ₁₂₃	Q ₁₂₄	Q ₁₂₅	Q ₁₂₆	Q ₁₂₇	Q ₁₂₈	Q ₁₂₉	Q ₁₃₀	Q ₁₃₁	Q ₁₃₂	Q ₁₃₃	Q ₁₃₄	Q ₁₃₅	Q ₁₃₆	Q ₁₃₇	Q ₁₃₈	Q ₁₃₉	Q ₁₄₀	Q ₁₄₁	Q ₁₄₂	Q ₁₄₃	Q ₁₄₄	Q ₁₄₅	Q ₁₄₆	Q ₁₄₇	Q ₁₄₈	Q ₁₄₉	Q ₁₅₀	Q ₁₅₁	Q ₁₅₂	Q ₁₅₃	Q ₁₅₄	Q ₁₅₅	Q ₁₅₆	Q ₁₅₇	Q ₁₅₈	Q ₁₅₉	Q ₁₆₀	Q ₁₆₁	Q ₁₆₂	Q ₁₆₃	Q ₁₆₄	Q ₁₆₅	Q ₁₆₆	Q ₁₆₇	Q ₁₆₈	Q ₁₆₉	Q ₁₇₀	Q ₁₇₁	Q ₁₇₂	Q ₁₇₃	Q ₁₇₄	Q ₁₇₅	Q ₁₇₆	Q ₁₇₇	Q ₁₇₈	Q ₁₇₉	Q ₁₈₀	Q ₁₈₁	Q ₁₈₂	Q ₁₈₃	Q ₁₈₄	Q ₁₈₅	Q ₁₈₆	Q ₁₈₇	Q ₁₈₈	Q ₁₈₉	Q ₁₉₀	Q ₁₉₁	Q ₁₉₂	Q ₁₉₃	Q ₁₉₄	Q ₁₉₅	Q ₁₉₆	Q ₁₉₇	Q ₁₉₈	Q ₁₉₉	Q ₂₀₀	Q ₂₀₁	Q ₂₀₂	Q ₂₀₃	Q ₂₀₄	Q ₂₀₅	Q ₂₀₆	Q ₂₀₇	Q ₂₀₈	Q ₂₀₉	Q ₂₁₀	Q ₂₁₁	Q ₂₁₂	Q ₂₁₃	Q ₂₁₄	Q ₂₁₅	Q ₂₁₆	Q ₂₁₇	Q ₂₁₈	Q ₂₁₉	Q ₂₂₀	Q ₂₂₁	Q ₂₂₂	Q ₂₂₃	Q ₂₂₄	Q ₂₂₅	Q ₂₂₆	Q ₂₂₇	Q ₂₂₈	Q ₂₂₉	Q ₂₃₀	Q ₂₃₁	Q ₂₃₂	Q ₂₃₃	Q ₂₃₄	Q ₂₃₅	Q ₂₃₆	Q ₂₃₇	Q ₂₃₈	Q ₂₃₉	Q ₂₄₀	Q ₂₄₁	Q ₂₄₂	Q ₂₄₃	Q ₂₄₄	Q ₂₄₅	Q ₂₄₆	Q ₂₄₇	Q ₂₄₈	Q ₂₄₉	Q ₂₅₀	Q ₂₅₁	Q ₂₅₂	Q ₂₅₃	Q ₂₅₄	Q ₂₅₅	Q ₂₅₆	Q ₂₅₇	Q ₂₅₈	Q ₂₅₉	Q ₂₆₀	Q ₂₆₁	Q ₂₆₂	Q ₂₆₃	Q ₂₆₄	Q ₂₆₅	Q ₂₆₆	Q ₂₆₇	Q ₂₆₈	Q ₂₆₉	Q ₂₇₀	Q ₂₇₁	Q ₂₇₂	Q ₂₇₃	Q ₂₇₄	Q ₂₇₅	Q ₂₇₆	Q ₂₇₇	Q ₂₇₈	Q ₂₇₉	Q ₂₈₀	Q ₂₈₁	Q ₂₈₂	Q ₂₈₃	Q ₂₈₄	Q ₂₈₅	Q ₂₈₆	Q ₂₈₇	Q ₂₈₈	Q ₂₈₉	Q ₂₉₀	Q ₂₉₁	Q ₂₉₂	Q ₂₉₃	Q ₂₉₄	Q ₂₉₅	Q ₂₉₆	Q ₂₉₇	Q ₂₉₈	Q ₂₉₉	Q ₃₀₀	Q ₃₀₁	Q ₃₀₂	Q ₃₀₃	Q ₃₀₄	Q ₃₀₅	Q ₃₀₆	Q ₃₀₇	Q ₃₀₈	Q ₃₀₉	Q ₃₁₀	Q ₃₁₁	Q ₃₁₂	Q ₃₁₃	Q ₃₁₄	Q ₃₁₅	Q ₃₁₆	Q ₃₁₇	Q ₃₁₈	Q ₃₁₉	Q ₃₂₀	Q ₃₂₁	Q ₃₂₂	Q ₃₂₃	Q ₃₂₄	Q ₃₂₅	Q ₃₂₆	Q ₃₂₇	Q ₃₂₈	Q ₃₂₉	Q ₃₃₀	Q ₃₃₁	Q ₃₃₂	Q ₃₃₃	Q ₃₃₄	Q ₃₃₅	Q ₃₃₆	Q ₃₃₇	Q ₃₃₈	Q ₃₃₉	Q ₃₄₀	Q ₃₄₁	Q ₃₄₂	Q ₃₄₃	Q ₃₄₄	Q ₃₄₅	Q ₃₄₆	Q ₃₄₇	Q ₃₄₈	Q ₃₄₉	Q ₃₅₀	Q ₃₅₁	Q ₃₅₂	Q ₃₅₃	Q ₃₅₄	Q ₃₅₅	Q ₃₅₆	Q ₃₅₇	Q ₃₅₈	Q ₃₅₉	Q ₃₆₀	Q ₃₆₁	Q ₃₆₂	Q ₃₆₃	Q ₃₆₄	Q ₃₆₅	Q ₃₆₆	Q ₃₆₇	Q ₃₆₈	Q ₃₆₉	Q ₃₇₀	Q ₃₇₁	Q ₃₇₂	Q ₃₇₃	Q ₃₇₄	Q ₃₇₅	Q ₃₇₆	Q ₃₇₇	Q ₃₇₈	Q ₃₇₉	Q ₃₈₀	Q ₃₈₁	Q ₃₈₂	Q ₃₈₃	Q ₃₈₄	Q ₃₈₅	Q ₃₈₆	Q ₃₈₇	Q ₃₈₈	Q ₃₈₉	Q ₃₉₀	Q ₃₉₁	Q ₃₉₂	Q ₃₉₃	Q ₃₉₄	Q ₃₉₅	Q ₃₉₆	Q ₃₉₇	Q ₃₉₈	Q ₃₉₉	Q ₄₀₀	Q ₄₀₁	Q ₄₀₂	Q ₄₀₃	Q ₄₀₄	Q ₄₀₅	Q ₄₀₆	Q ₄₀₇	Q ₄₀₈	Q ₄₀₉	Q ₄₁₀	Q ₄₁₁	Q ₄₁₂	Q ₄₁₃	Q ₄₁₄	Q ₄₁₅	Q ₄₁₆	Q ₄₁₇	Q ₄₁₈	Q ₄₁₉	Q ₄₂₀	Q ₄₂₁	Q ₄₂₂	Q ₄₂₃	Q ₄₂₄	Q ₄₂₅	Q ₄₂₆	Q ₄₂₇	Q ₄₂₈	Q ₄₂₉	Q ₄₃₀	Q ₄₃₁	Q ₄₃₂	Q ₄₃₃	Q ₄₃₄	Q ₄₃₅	Q ₄₃₆	Q ₄₃₇	Q ₄₃₈	Q ₄₃₉	Q ₄₄₀	Q ₄₄₁	Q ₄₄₂	Q ₄₄₃	Q ₄₄₄	Q ₄₄₅	Q ₄₄₆	Q ₄₄₇	Q ₄₄₈	Q ₄₄₉	Q ₄₅₀	Q ₄₅₁	Q ₄₅₂	Q ₄₅₃	Q ₄₅₄	Q ₄₅₅	Q ₄₅₆	Q ₄₅₇	Q ₄₅₈	Q ₄₅₉	Q ₄₆₀	Q ₄₆₁	Q ₄₆₂	Q ₄₆₃	Q ₄₆₄	Q ₄₆₅	Q ₄₆₆	Q ₄₆₇	Q ₄₆₈	Q ₄₆₉	Q ₄₇₀	Q ₄₇₁	Q ₄₇₂	Q ₄₇₃	Q ₄₇₄	Q ₄₇₅	Q ₄₇₆	Q ₄₇₇	Q ₄₇₈	Q ₄₇₉	Q ₄₈₀	Q ₄₈₁	Q ₄₈₂	Q ₄₈₃	Q ₄₈₄	Q ₄₈₅	Q ₄₈₆	Q ₄₈₇	Q ₄₈₈	Q ₄₈₉	Q ₄₉₀	Q ₄₉₁	Q ₄₉₂	Q ₄₉₃	Q ₄₉₄	Q ₄₉₅	Q ₄₉₆	Q ₄₉₇	Q ₄₉₈	Q ₄₉₉	Q ₅₀₀	Q ₅₀₁	Q ₅₀₂	Q ₅₀₃	Q ₅₀₄	Q ₅₀₅	Q ₅₀₆	Q ₅₀₇	Q ₅₀₈	Q ₅₀₉	Q ₅₁₀	Q ₅₁₁	Q ₅₁₂	Q ₅₁₃	Q ₅₁₄	Q ₅₁₅	Q ₅₁₆	Q ₅₁₇	Q ₅₁₈	Q ₅₁₉	Q ₅₂₀	Q ₅₂₁	Q ₅₂₂	Q ₅₂₃	Q ₅₂₄	Q ₅₂₅	Q ₅₂₆	Q ₅₂₇	Q ₅₂₈	Q ₅₂₉	Q ₅₃₀	Q ₅₃₁	Q ₅₃₂	Q ₅₃₃	Q ₅₃₄	Q ₅₃₅	Q ₅₃₆	Q ₅₃₇	Q ₅₃₈	Q ₅₃₉	Q ₅₄₀	Q ₅₄₁	Q ₅₄₂	Q ₅₄₃	Q ₅₄₄	Q ₅₄₅	Q ₅₄₆	Q ₅₄₇	Q ₅₄₈	Q ₅₄₉	Q ₅₅₀	Q ₅₅₁	Q ₅₅₂	Q ₅₅₃	Q ₅₅₄	Q ₅₅₅	Q ₅₅₆	Q ₅₅₇	Q ₅₅₈	Q ₅₅₉	Q ₅₆₀	Q ₅₆₁	Q ₅₆₂	Q ₅₆₃	Q ₅₆₄	Q ₅₆₅	Q ₅₆₆	Q ₅₆₇	Q ₅₆₈	Q ₅₆₉	Q ₅₇₀	Q ₅₇₁	Q ₅₇₂	Q ₅₇₃	Q ₅₇₄	Q ₅₇₅	Q ₅₇₆	Q ₅₇₇	Q ₅₇₈	Q ₅₇₉	Q ₅₈₀	Q ₅₈₁	Q ₅₈₂	Q ₅₈₃	Q ₅₈₄	Q ₅₈₅	Q ₅₈₆	Q ₅₈₇	Q ₅₈₈	Q ₅₈₉	Q ₅₉₀	Q ₅₉₁	Q ₅₉₂	Q ₅₉₃	Q ₅₉₄	Q ₅₉₅	Q ₅₉₆	Q ₅₉₇	Q ₅₉₈	Q ₅₉₉	Q ₆₀₀	Q ₆₀₁	Q ₆₀₂	Q ₆₀₃	Q ₆₀₄	Q ₆₀₅	Q ₆₀₆	Q ₆₀₇	Q ₆₀₈	Q ₆₀₉	Q ₆₁₀	Q ₆₁₁	Q ₆₁₂	Q ₆₁₃	Q ₆₁₄	Q ₆₁₅	Q ₆₁₆	Q ₆₁₇	Q ₆₁₈	Q ₆₁₉	Q ₆₂₀	Q ₆₂₁	Q ₆₂₂	Q ₆₂₃	Q ₆₂₄	Q ₆₂₅	Q ₆₂₆	Q ₆₂₇	Q ₆₂₈	Q ₆₂₉	Q ₆₃₀	Q ₆₃₁	Q ₆₃₂	Q ₆₃₃	Q ₆₃₄	Q ₆₃₅	Q ₆₃₆	Q ₆₃₇	Q ₆₃₈	Q ₆₃₉	Q ₆₄₀	Q ₆₄₁	Q ₆₄₂	Q ₆₄₃	Q ₆₄₄	Q ₆₄₅	Q ₆₄₆	Q ₆₄₇	Q ₆₄₈	Q ₆₄₉	Q ₆₅₀	Q ₆₅₁	Q ₆₅₂	Q ₆₅₃	Q ₆₅₄	Q ₆₅₅	Q ₆₅₆	Q ₆₅₇	Q ₆₅₈	Q ₆₅₉	Q ₆₆₀	Q ₆₆₁	Q ₆₆₂	Q ₆₆₃	Q ₆₆₄	Q ₆₆₅	Q ₆₆₆	Q ₆₆₇	Q ₆₆₈	Q ₆₆₉	Q ₆₇₀	Q ₆₇₁	Q ₆₇₂	Q ₆₇₃	Q ₆₇₄	Q ₆₇₅	Q ₆₇₆	Q ₆₇₇	Q ₆₇₈	Q ₆₇₉	Q ₆₈₀	Q ₆₈₁	Q ₆₈₂	Q ₆₈₃	Q ₆₈₄	Q ₆₈₅	Q ₆₈₆	Q ₆₈₇	Q ₆₈₈	Q ₆₈₉	Q ₆₉₀	Q ₆₉₁	Q ₆₉₂	Q ₆₉₃	Q ₆₉₄	Q ₆₉₅	Q ₆₉₆	Q ₆₉₇	Q ₆₉₈	Q ₆₉₉	Q ₇₀₀	Q ₇₀₁	Q ₇₀₂	Q ₇₀₃	Q ₇₀₄	Q ₇₀₅	Q ₇₀₆	Q ₇₀₇	Q ₇₀₈	Q ₇₀₉	Q ₇₁₀	Q ₇₁₁	Q ₇₁₂	Q ₇₁₃	Q ₇₁₄	Q ₇₁₅	Q ₇₁₆	Q ₇₁₇	Q ₇₁₈	Q ₇₁₉	Q ₇₂₀	Q ₇₂₁	Q ₇₂₂	Q ₇₂₃	Q ₇₂₄	Q ₇₂₅	Q ₇₂₆	Q ₇₂₇	Q ₇₂₈	Q ₇₂₉	Q ₇₃₀	Q ₇₃₁	Q ₇₃₂	Q ₇₃₃	Q ₇₃₄	Q ₇₃₅	Q ₇₃₆	Q ₇₃₇	Q ₇₃₈	Q ₇₃₉	Q ₇₄₀	Q ₇₄₁	Q ₇₄₂	Q ₇₄₃	Q ₇₄₄	Q ₇₄₅	Q ₇₄₆	Q ₇₄₇	Q ₇₄₈	Q ₇₄₉	Q ₇₅₀	Q ₇₅₁	Q ₇₅₂	Q ₇₅₃	Q ₇₅₄	Q ₇₅₅	Q ₇₅₆	Q ₇₅₇	Q ₇₅₈	Q ₇₅₉	Q ₇₆₀	Q ₇₆₁	Q ₇₆₂	Q ₇₆₃	Q ₇₆₄	Q ₇₆₅	Q ₇₆₆	Q ₇₆₇	Q ₇₆₈	Q ₇₆₉	Q ₇₇₀	Q ₇₇₁	Q ₇₇₂	Q ₇₇₃	Q ₇₇₄	Q ₇₇₅	Q ₇₇₆	Q ₇₇₇	Q ₇₇₈	Q ₇₇₉	Q ₇₈₀	Q ₇₈₁	Q ₇₈₂	Q ₇₈₃	Q ₇₈₄	Q ₇₈₅	Q ₇₈₆	Q ₇₈₇	Q ₇₈₈	Q ₇₈₉	Q ₇₉₀	Q ₇₉₁	Q ₇₉₂	Q ₇₉₃	Q ₇₉₄	Q ₇₉₅	Q ₇₉₆	Q ₇₉₇	Q ₇₉₈	Q ₇₉₉	Q ₈₀₀	Q ₈₀₁	Q ₈₀₂	Q ₈₀₃	Q ₈₀₄	Q ₈₀₅	Q ₈₀₆	Q ₈₀₇	Q ₈₀₈	Q ₈₀₉	Q ₈₁₀	Q ₈₁₁	Q ₈₁₂	Q ₈₁₃	Q ₈₁₄	Q ₈₁₅	Q ₈₁₆	Q ₈₁₇	Q ₈₁₈	Q ₈₁₉	Q ₈₂₀	Q ₈₂₁	Q ₈₂₂	Q ₈₂₃	Q ₈₂₄	Q ₈₂₅	Q ₈₂₆	Q ₈₂₇	Q ₈₂₈	Q ₈₂₉	Q ₈₃₀	Q ₈₃₁	Q ₈₃₂	Q ₈₃₃	Q ₈₃₄	Q ₈₃₅	Q ₈₃₆	Q ₈₃₇	Q ₈₃₈	Q ₈₃₉	Q ₈₄₀	Q ₈₄₁	Q ₈₄₂	Q ₈₄₃	Q ₈₄₄	Q ₈₄₅	Q ₈₄₆	Q ₈₄₇	Q ₈₄₈	Q ₈₄₉	Q ₈₅₀	Q ₈₅₁	Q ₈₅₂	Q ₈₅₃	Q ₈₅₄	Q ₈₅₅	Q ₈₅₆	Q ₈₅₇	Q ₈₅₈	Q ₈₅₉	Q ₈₆₀	Q ₈₆₁	Q ₈₆₂	Q ₈₆₃	Q ₈₆₄	Q ₈₆₅	Q ₈₆₆	Q ₈₆₇	Q ₈₆₈	Q ₈₆₉	Q ₈₇₀	Q ₈₇₁	Q ₈₇₂	Q ₈₇₃	Q ₈₇₄	Q ₈₇₅	Q ₈₇₆	Q ₈₇₇	Q ₈₇₈	Q ₈₇₉	Q ₈₈₀	Q ₈₈₁	Q ₈₈₂
---	---	---	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------