

Контрольная работа «Математический анализ 2»

I. Найти производную функции.

1. а) $y=x^4+3x^2-2x+1$

б) $y=\ln \sin x$

2. а) $y=7x^7+3x^2-4x-1$

б) $y=3^{2x}$

3. а) $y=\sqrt[4]{x^3} + \frac{5}{x^2} - x^3 + 2$

б) $y=\sin 12x$

4. а) $y=x \cdot \ln x$

б) $y=\cos(4x-10)$

5. а) $y=5^x+6^x+12x^2$

б) $y=\sin^{10}x$

6. а) $y = \frac{1}{x^2} \sin x + \cos x + \ln x$

б) $y=\cos^{100}x$

7. а) $y=e^x - \frac{\operatorname{tg}x}{2} + \frac{x^4}{4}$

б) $y=\ln(x^2-3x+7)$

8. а) $y=3\sqrt{x} + 4 \cos x - 2\operatorname{tg}x + 3$

б) $y=\sqrt{1+5 \cos x}$

9. а) $y=\sqrt[8]{x^3} - 7 \cos x + \operatorname{ctg}x$

б) $y=\sin^2x^3$

10. а) $y=\frac{1+e^x}{1-e^x}$

б) $y=4^{\sin x}$

II. Вычислить интеграл

1. а) $\int (x^2 + 3x^2 + x + 1)dx$

б) $\int \cos 5x dx$

2. в) $\int x e^x dx$

г) $\int \frac{dx}{(1+x)(x-2)}$

3. а) $\int (x^4 + \sqrt[5]{x} + 3\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x})dx$

б) $\int \sin(3x+5)dx$

4. в) $\int \ln x dx$

г) $\int \frac{dx}{x(x-5)}$

5. а) $\int (\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3})dx$

б) $\int e^{2x} dx$

6. в) $\int x e^{-x} dx$

г) $\int \frac{x dx}{(x-1)(x-3)}$

7. а) $\int \frac{dx}{x+4}$

б) $\int e^{-x^2} x dx$

8. B) $\int x^3 e^{-x} dx$	Г) $\int \frac{dx}{(x-4)(x+2)}$
9. а) $\int (x^2 - \sqrt{x} + 2x^4) dx$	б) $\int \frac{x^4 dx}{x^5 + 7}$
10. B) $\int x^2 e^x dx$	Г) $\int \frac{dx}{x(x+4)}$
11. а) $\int (x^2 - 3x + \frac{1}{x^2}) dx$	б) $\int \frac{dx}{2-3x}$
12. B) $\int x \cdot e^{5x} dx$	Г) $\int \frac{dx}{2x(x-4)}$
13. а) $\int (\frac{1}{x^2} + 2x^4 - \sqrt{x}) dx$	б) $\int e^{\sin x} \cos x dx$
14. B) $\int \arcsin x dx$	Г) $\int \frac{x dx}{(x-4)(x+5)}$
15. а) $\int (\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^6}) dx$	б) $\int \cos^3 x \sin x dx$
16. B) $\int x^2 \cos x dx$	Г) $\int \frac{dx}{(x+1)(x-1)}$
17. а) $\int (\frac{1}{x^3} + 3x^2 + \sqrt{x}) dx$	б) $\int \frac{\cos x dx}{\sin^3 x}$
18. B) $\int x \sin x dx$	Г) $\int \frac{dx}{x(x-2)}$
19. а) $\int (\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x} + 2x^3 + 4) dx$	б) $\int (2+5x)^9 dx$
20. B) $\int x \cos 4x dx$	Г) $\int \frac{dx}{(x-4)(x+4)}$

III. Вычислить интеграл.

1. $\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$	2. $\int_0^2 (3x^2 - 1) dx$	3. $\int_{-1}^1 (x^2 + 1) dx$	4. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$	5. $\int_0^{\pi/4} \sin 4x dx$
6. $\int_0^{\pi/2} \cos x dx$	7. $\int_{-1}^0 e^{-2x} dx$	8. $\int_1^4 \sqrt{x} dx$	9. $\int_1^2 \sqrt[4]{x^3} dx$	10. $\int_0^1 e^{-5x} dx$

IV. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями.

1. $y=1-x^2$; $y=0$.
2. $y=1+x^2$; $y=-x^2+2$; $x=0$; $x=1$.
3. $y=2-x^2$; $y=1$.
4. $y=x^2$; $y=1$.
5. $y=x^2+1$; $y=5$.
6. $y=x^2$; $y=1$; $x=0$; $x=1$.
7. $y=x^2$; $y=1$; $x=-1$; $x=1$.
8. $y=1-x^2$; $y=0$; $x=0$. ($x \geq 0$)
9. $y=x^2+1$; $y=5$; $x=1$; $x=0$; ($x \geq 0$)
10. $y=1-x^2$; $y=0$.

V. Решить уравнение:

- | | | | |
|---------------------------------|---------------------------|------------------------|---------------------|
| 1. а) $xy'-y=0$ | б) $(x+2y)dx-xdy=0$ | в) $y'+x^2y=x^2$ | г) $y''-y'-2e=0$ |
| 2. а) $yy'+x=0$ | б) $xy'=y-xe^{y/x}$ | в) $y'-\frac{3y}{x}=y$ | г) $y''-y'-6y=0$ |
| 3. а) $xy'+y=0$ | б) $y^2+x^2y'=xyy'$ | в) $y'+y=\cos x$ | г) $y''-4y'+20y=0$ |
| 4. а) $x^2y'+y=0$ | б) $xy'=\sqrt{x^2-y^2}+y$ | в) $xy'-2y=2x^4$ | г) $y''+20y'+19y=0$ |
| 5. а) $(1+y^2)dx=(1+y^2)dy$ | б) $(x-y)dx+(x+y)dy=0$ | | |
| в) $xy'+y=3$ | г) $y''+24y'+144y=0$ | | |
| 6. а) $(1+x^2)=(1+y^2)y'$ | б) $(x^2+y^2)y'=2xy$ | в) $y'+2xy=2xe^{-x^2}$ | г) $y''-7y'+10y=0$ |
| 7. а) $(1+2y)x dx+(1+x^2)dy=0$ | б) $(y^2-2xy)dx+x^2dy=0$ | | |
| в) $xy'+2y=x^2$ | г) $y''-22y'+121y=0$ | | |
| 8. а) $(xy^2+x)dx+(y-x^2y)dy=0$ | б) $2x^3y'=y(2x^2-y^2)$ | | |
| в) $x^2y'+xy+1=0$ | г) $y''-9y'-10y=0$ | | |
| 9. а) $x^2y'+y^2=0$ | б) $y'=\frac{y}{x}-1$ | в) $y'-y=e^x$ | г) $y''-4y'+10y=0$ |
| 10. а) $2y'\sqrt{x}=y$ | б) $(x^2+y^2)dx-2xydy=0$ | в) $y'=x+y$ | г) $y''+3y=0$ |

VI. Исследовать ряд на сходимость:

1. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$
- б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+2^n}$
2. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$
- б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2}$

3. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n}$	б) $\sum \frac{n}{e^n}$
4. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2}$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$
5. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n!}$
6. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$
7. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-2}{n^3}$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2n}{3n^2-4}$
8. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}$
9. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+1}{n^3}$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n+1}$
10. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3^n}$

VII. Разложить функцию $y=f(x)$ в степенной ряд окрестности точки x_0 .

1) $y = \frac{1}{x}; x_0 = -2$	2) $y = \ln x; x_0 = 1$	3) $y = \frac{1}{1-x}; x_0 = 1$
4) $y = \cos x; x_0 = 0$	5) $y = \ln(1+x); x_0 = 0$	6) $y = 3^{x-1}; x_0 = 2$
7) $y = 2^x; x_0 = 2$	8) $y = \frac{1}{x}; x_0 = 2$	9) $y = \frac{1}{1+x}; x_0 = 0$
10) $y = \ln(1-x); x_0 = 0$		

VIII. Найти частные производные функции $z=f(x,y)$ в указанной точке.

1) $z = \frac{x+y}{x-y}; A(2;1)$	2) $z = \frac{1-xy}{1+xy}; A(0;1)$	3) $z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}; A(1;1)$
4) $z = x^3 + 3x^2y - y^3; A(1;2)$	5) $z = x^3 + 3x^2y - y^2; A(-1;1)$	6) $z = \sqrt{x+3y}; A(1;1)$
7) $z = \arctg \frac{y}{x}; A(-1;-1)$	8) $z = x^6 - y^4; A(3;-4)$	9) $z = x^3y^2 + 2x \ln y + x^y; A(1;1)$
10) $z = y^x + 4x^2y - 2x; A(2;1)$		